المادة:	الرياضيات	المعامل:	7
الشعب(ة) أو المسلك :	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	مدة الإنجاز:	3

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة .

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(-2,2,8)$ و $B(6,6,0)$ و $C(2,-1,0)$ و $D(0,1,-1)$ و (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$.

0.75 | 1) حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OD}$ واستنتج أن $x+2y+2z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OCD).

0.5 | 2) تحقق من أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega(2,4,4)$ وشعاعها 6 .

0.5 | 3) أ- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (OCD) .

0.5 | ب- استنتج أن المستوى (OCD) مماس للفلكة (S) .

0.75 | ج- تحقق من أن : $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0$ ثم استنتج أن النقطة O هي نقطة تماس الفلكة (S) والمستوى (OCD) .

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=2-2i$ و $b=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $c=1-\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})i$.

1 | 1) اكتب على الشكل المثلثي كلا من العددين العقديين a و b .

2) نعتبر الدوران R الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{5\pi}{6}$.

0.75 | أ- ليكن z لحق نقطة M من المستوى العقدي و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R .
بين أن : $z'=bz$

0.5 | ب- تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران R .

0.75 | 3) بين أن : $\arg c=\arg a+\arg b\ [2\pi]$ ثم حدد عمدة للعدد العقدي c .

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و4 كرات سوداء و5 كرات حمراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
نسحب عشوائيا وتآنيا ثلاث كرات من الصندوق .

1.5 | 1) نعتبر الحدثين التاليين :
A :" الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " و B :" الحصول على ثلاث كرات مختلفة اللون مثنى مثنى ".
بين أن : $P(A)=\frac{3}{44}$ و $P(B)=\frac{3}{11}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها .

0.25 | أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

1.25 | ب- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

27/05/09 – 10H

التمرين الرابع (2 ن)

نضع : $I=\int_{-2}^{-1}\frac{x}{x+3}dx$ و $J=\int_{-2}^{-1}\ln(2x+6)dx$.

0.25 | 1) أ- تحقق من أن : $\frac{x}{x+3}=1-\frac{3}{x+3}$ لكل عدد حقيقي x يخالف -3 .

0.75 | ب- بين أن : $I=1-3\ln 2$.

1 | 2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $J=-I$.

مسألة (9 ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x)=2\ln\left(e^x-2\sqrt{e^x}+2\right)$

(C) يرمز للمنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0.75 | I) 1) تحقق من أن : $e^x-2\sqrt{e^x}+2=\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1$ لكل x من $I\!R$ ثم استنتج أن مجموعة تعريف الدالة f هي $I\!R$ وأن : $(\forall x\in I\!R)\ 1-\frac{2}{\sqrt{e^x}}+\frac{2}{e^x}>0$.

0.75 | 2) احسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ثم بين أن : $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\ln 4$ و أول هذه النتيجة هندسيا .

1 | 3) أ- بين أن : $f'(x)=\frac{2\sqrt{e^x}\left(\sqrt{e^x}-1\right)}{\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1}$ لكل x من $I\!R$ وتحقق من أن $f'(0)=0$.

1 | ب- ادرس إشارة $\sqrt{e^x}-1$ على $I\!R$ واستنتج أن الدالة f تزايدية على المجال $[0,+\infty[$ وتناقصية على المجال $]-\infty,0]$.

0.25 | 4) أ- تحقق من أن : $(\forall x\in I\!R)\quad f(x)=2x+2\ln\left(1-\frac{2}{\sqrt{e^x}}+\frac{2}{e^x}\right)$.

0.5 | ب- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=2x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

0.25 | 5) أ- تحقق من أن : $e^x-3\sqrt{e^x}+2=\left(\sqrt{e^x}-1\right)\left(\sqrt{e^x}-2\right)$ لكل x من $I\!R$.

0.5 | ب- ادرس إشارة كل من $\sqrt{e^x}-2$ و $\left(\sqrt{e^x}-1\right)\left(\sqrt{e^x}-2\right)$ على $I\!R$.

0.25 | ج-استنتج أن : $e^x-2\sqrt{e^x}+2\leq\sqrt{e^x}$ لكل x من المجال $[0,\ln 4]$.

0.5 | د- بين أن : $f(x)\leq x$ لكل x من المجال $[0,\ln 4]$.

0.75 | 6) أنشئ المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف أفصول إحداهما أصغر من -1 و أفصول الأخرى أكبر من 2 تحديدهما غير مطلوب ونأخذ $\ln 4=1,4$) .

II) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0=1$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $I\!N$.

يمكنك في ما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة f .

0.75 | 1) بين أن : $0\leq u_n\leq\ln 4$ لكل n من $I\!N$.

0.75 | 2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية .

1 | 3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها .